Reacciones Nucleares y Tecnología Nuclear

Examen final

Licenciatura de Físicas

Granada

15 de febrero de 2010

1.

(2.5p) Demostrar que la sección eficaz diferencial de dispersión elástica de un protón por un núcleo de carga Ze es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z\alpha\hbar c}{4E\sin^2(\theta/2)} \right)^2 .$$

Donde E es la energía del protón, θ su ángulo de dispersión y $\alpha = e^2/\hbar c$. Para ello, utilizar como funciones de onda inicial y final del protón las ondas planas $\psi_n = e^{i\vec{p_n}\cdot\vec{r}/\hbar}/(2\pi\hbar)^{3/2}$, $n = i, f$, y aplicar la regla de oro de Fermi en espacio de momentos para calcular la probabilidad de transición por segundo: $dW_{i\longrightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{fi}\right|^2 \delta(E_f - E_i)d^3p_f$. La interacción se supone Coulombiana $H' = V(r) = \frac{Ze^2}{r}$ y se desprecia el retroceso. *Indicación*: $\int d^3r e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}/r = 4\pi/k^2$. Sección eficaz: $d\sigma = dW_{i\longrightarrow f}/j_i$. Flujo de probabilidad: $\vec{j} = \frac{\hbar}{m}\mathrm{Im}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi\right]$.

2.

(2.5p) Considerar un núcleo en un estado excitado $|i\rangle$, que es un estado propio del hamiltoniano $H = \sum_{i=1}^{A}\frac{p_i^2}{2m} + V(1,...,A)$, con energía E_i. Si el núcleo está aislado, según la mecánica cuántica, permanecerá indefinidamente en el mismo estado propio $|i\rangle$. Sin embargo, sabemos experimentalmente que los estados excitados decaen por desintegración gamma.

Aclarar la aparente contradicción anterior y explicar cómo puede describirse cuánticamente el proceso de la desintegración gamma.

3.

(2.5p) En una transición dipolar i $\longrightarrow$ f entre estados con $m = 0$ se encuentra que $\mathbf{r}_{fi} = (0, 0, a)$. La probabilidad de que se emita un fotón en una dirección contenida dentro del ángulo sólido $d\Omega$ es

$$P_{\mathrm{i}\longrightarrow\mathrm{f}} = \frac{\omega^3 e^2}{2\pi\hbar c^3}\sum_{s=1}^{2}|\vec{\pi}_s\cdot\mathbf{r}_{fi}|^2 d\Omega.$$

1. Cuál es el significado de $\mathbf{r}_{fi}$?
2. Si θ es el ángulo que forma la dirección del fotón con el eje z, demostrar que la distribución angular de la radiación, es decir, el cociente $P_{i\longrightarrow f}/d\Omega$, es proporcional a $\sin^2\theta$. ¿En qué direcciones es más probable que se emita el fotón?

4.

(2.5p) A partir del hamiltoniano de interacción núcleo-positrón-neutrino

$$H_{int} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \sum_{i=1}^{A} \tau^{-}(i) e^{i\vec{k_e}\cdot\vec{r_i}} e^{i\vec{k_\nu}\cdot\vec{r_i}} b^{\dagger}_{e^+} b^{\dagger}_{\nu}$$

1. Obtener una expresión para el espectro de desintegración β^+ y discutir su dependencia con respecto a la energía del positrón.
2. Obtener una expresión para la constante de desintegración β^+, (λ), en función de la integral de espacio fásico $f(\eta_0)$.
3. A partir del valor experimental de la vida media comparativa para la desintegración ${}^{10}_{6}\text{C} \longrightarrow {}^{10}_{5}\text{B}$, $ft(s) = 3100$, obtener a) el período de desintegración y b) elemento de matriz nuclear M_{fi}.

Indicaciones y fórmulas

Regla de oro

$$dW_{i\longrightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{fi}|^2 \delta(E_f + E_e + E_\nu - E_i) d^3p_e d^3p_\nu$$

$$\begin{aligned}
f_0(\eta_0) &= \int_0^{\eta_0} \left[(1+\eta_0^2)^{1/2} - (1+\eta^2)^{1/2}\right]^2 \eta^2 d\eta \\
&= -\frac{\eta_0}{4} - \frac{\eta_0^3}{12} + \frac{\eta_0^5}{30} + \frac{1}{4}\sqrt{1+\eta_0^2}\ln(\eta_0 + \sqrt{1+\eta_0^2}) \\
f_0(\eta_0) &\simeq \frac{2\eta_0^7}{105}, \qquad \eta_0 \ll 1 \\
\eta &= \frac{p_e}{m_e c} \\
\eta_0 &= \frac{(p_e)_{max}}{m_e c}
\end{aligned}$$

Excesos de masas:

$$\begin{aligned}
\Delta({}^{10}\text{C}) &= 15{,}7017 \text{ MeV} \\
\Delta({}^{10}\text{B}) &= 12{,}0508 \text{ MeV}
\end{aligned}$$

Constantes:

$$\begin{aligned}
m_e c^2 &= 0{,}511 \text{ MeV} \\
\frac{g}{(\hbar c)^3} &= 1{,}1493 \cdot 10^{-11} \text{ MeV}^{-2} \\
\hbar c &= 197{,}3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}
\end{aligned}$$